

四庫全書

子部

# 欽定四庫全書

子部

御製數理精蘊下編卷三十一

詳校官欽天監天文生臣賈德輔

靈臺郎臣倪廷梅覆勘

總校官檢討臣何思鈞

校對官教習臣倪廷梅

謄錄監生臣李輯玉

繪圖監生臣周濬

欽定四庫全書

御製數理精蘊下編卷三十一

末部一

借根方比例

定位法  
乘法

除法  
加法

減法



# 借根方比例

借根方者假借根數方數以求實數之法也凡法必借根借方加減乘除令與未知之數比例齊等而本數以出大意與借衰疊借略同然借衰疊借之法止可以御本部而此法則線面體諸部皆可御之其中有借根借方之不同蓋因根者方之邊數即所謂線以根自乘得平方以根自乘再乘得立方以根累次乘即得累次多乘方故以線類爲問者則借根數以比之以面類爲問者則借平方長方以比之以體類

爲問者則借立方或累次多乘方以比之至於借數

又有一定之位與降位之法

定位降位法俱詳後

要之此法設

立虛數依所問之比例乘除加減務令根方之數與真數相當適等而所求之數以出此亦借數之巧也

### 定位法

衆數之經緯盡歸乘除而乘除之條理又取準於定位况借數一法又用根方諸名一經乘除俱變爲幾根幾方之號而本數之比例由此而生其定位與常法稍異故變從簡易設表如左

# 定位表

後	前
○	真數
一	根
二	平方
三	立方
四	三乘方
五	四乘方
六	五乘方
七	六乘方
八	七乘方
九	八乘方
一○	九乘方

右表前行所列者借數之名後行所列者定數之位其借數者即比例也根與方數俱為相連比例率如根為二則平方為四立方為八以立方與平方之比同於平方與根數之比即為八與四之比同於四與二之比也然必借方借根者何也蓋以已知未知之數權約為幾根幾方以統御之加減後餘幾根幾方即知真數若干矣

如根為二數其平方即為四若餘二平方即知其真數有八或餘二

根即知其真 其定位者即視根方所對之位也乘法  
數有四也

定位以兩數所對之位數相加之其加數所對之方即

乘出之方也除法定位以兩數所對之位數相減其

減餘數所對之方即除出之方也 乘法以真數乘根

而真數對○無可加也如以根乘根即得平方蓋根

對一與一相加得二所對之表為平方故定乘

得之數為平方也如以根乘平方即得立方蓋根對

一平方對二二相加得三而三所對之表為立方

故定乘得之數為立方也又如以平方乘平方則二

與二相加為四查所對之表得三平方以平方乘立

方則二與三相加為五查所對之表得四平方以立

方乘立方則三相加為六查所對之表得五平方

方餘皆倣此除法以真數除根仍得根蓋根對一而

真數對○無可減也如以根除根即得真數蓋根對



得之一與一相減得○而○所對之表為真數故定除  
 平方對二一相減餘一而一平方除平方則二與二  
 除得之數為根數也又如以平方除平方則二與二  
 減盡為○查所對之表得真數以平方除立方則二  
 與三相減餘一查所對之表得根數以立方除立方  
 則三與三相減得○查所對之表得真數以立方除  
 之表亦得真數也餘皆倣此

### 定多少與相同號式

凡數有多者用此號一如一平方多二

根則如此列之

凡數有少者用此號一如一立方少二

平方則如此列之

一平方 二平方 一平方 二平方  
 一平方 二平方 一平方 二平方

二旁——十六

凡數有相等者用此號一如二立方與十六相等則如此列之

至於數之多少不齊用號各異加減乘除之後有不變者有以多變少以少變多者俱詳於本法

# 加法

凡多與多加得數仍爲多少與少加得數仍爲少多  
與少加少與多加則反相減爲所得數而多數大則  
得數亦爲多少數大則得數亦爲少其故何也蓋因  
多數大少數小以其所多補其所少而其所多者尚  
有餘也少數大多數小以其所多補其所少而其所  
少者仍不足也多少之號定而加法不淆矣

設如有三平方多四根與二平方多三根相加問得  
幾何

一二——八

八——六

二〇——四

三旁——四根

二旁——三根

五旁——七根

法以三平方與二平方相加得五平方  
四根與三根相加得七根是爲五平方  
多七根即所求之數也此多與多加得  
數仍爲多也如以數明之以根爲二則  
一平方爲四上數三平方得十二多四  
根得多八是十二多八共二十下數二  
平方得八多三根得多六是八多六共  
十四上十二與下八相加得二十即五  
平方之數上多八與下多六相加得十

四即多七根之數蓋上數共二十下數  
共十四兩數相加得三十四即二十多  
十四也

設如有四立方少一平方與三立方少二平方相加  
問得幾何

四旁——一旁  
三旁——二旁  
七旁——三旁

法以四立方與三立方相加得七立方  
一平方與二平方相加得三平方是爲  
七立方少三平方即所求之數也此少  
與少加得數仍爲少也如以數明之以

一〇八——九

八一——八

一八九——二七

平方爲九則一立方爲二十七上數四  
立方得一百零八少一平方得少九是  
一百零八少九爲九十九下數三立方  
得八十一少二平方得少十八是八十  
一少十八爲六十三上一百零八與下  
八十一相加得一百八十九即七立方  
之數上少九與下少十八相加得二十  
七即少三平方之數蓋上數九十九下  
數六十三兩數相加得一百六十二即

一百八十九少二十七也

設如有四平方多四根與二平方少三根相加問得幾何

四芳——四根

二芳——三根

六芳——一根

法以四平方與二平方相加得六平方  
四根與三根相加應得七根今多少兩  
數不同故於多四根內反減去少三根  
餘一根因多數大故得數爲多是爲六  
平方多一根即所求之數也此多少兩  
數不同相加所多數大以其所多補足

六——八

八——六

二四——二

四旁——四根

二旁——三根

六旁——根

所少而所多仍有餘蓋以上數多四根  
補足下數少三根仍多一根也如以數  
明之以根爲二則一平方爲四上數四  
平方得十六多四根得多八是十六多  
八共二十四下數二平方得八少三根  
得少六是八少六爲二上十六與下八  
相加得二十四即六平方之數上多八  
補足下少六仍餘二即多一根之數蓋  
上數二十四下數二兩數相加得二十



六即二十四多二也

設如有二立方少三平方與一立方多二平方相加  
問得幾何

$$\begin{array}{rcl} \text{二旁} & \text{——} & \text{三旁} \\ \text{一旁} & \text{——} & \text{二旁} \\ \text{三旁} & \text{——} & \text{一旁} \end{array}$$

法以二立方與一立方相加得三立方  
三平方與二平方相加應得五平方今  
多少兩數不同故於少三平方內反減  
去多二平方餘一平方因少數大故得  
數爲少是爲三立方少一平方即所求  
之數也此多少兩數不同相加所少數

五四——二七

二七——一八

八一——九

二旁——三旁

一旁——二旁

三旁——旁

大以其所多補其所少而所少仍不足  
蓋於上數少三平方內增入下數多二  
平方仍少一平方也如以數明之以平  
方爲九則一立方爲二十七上數二立  
方得五十四少三平方得少二十七是  
五十四少二十七爲二十七下數一立  
方得二十七多二平方得多十八是二  
十七多十八共四十五上五十四與下  
二十七相加得八十一即三立方之數

上少二十七內增入下多十八仍少九  
即少一平方之數蓋上數二十七下數  
四十五兩數相加得七十二即八十一  
少九也

設如有二立方多三平方少四根與一立方多二平  
方少三根相加問得幾何

法以二立方與一立方相加得三立方  
三平方與二平方相加得五平方四根  
與三根相加得七根是爲三立方多五

二旁——三旁——四根

一旁——二旁——三根

三旁——五旁——七根

平方少七根即所求之數也此三位相  
加多少各自相同故多與多加仍爲多  
少與少加仍爲少也如以數明之以根  
爲二則一平方爲四一立方爲八上數  
二立方得十六多三平方得多十二少  
四根得少八是十六多十二又少八爲  
二十下數一立方得八多二平方得多  
八少三根得少六是八多八又少六爲  
十上十六與下八相加得二十四即三

一六——二——八

八——八——六

二四——二〇——四

立方之數上多十二與下多八相加得  
二十即多五平方之數上少八與下少  
六相加得十四即少七根之數蓋上數  
二十下數十兩數相加得三十即二十  
四多二十又少十四也

設如有四立方多三平方少二根多五真數與五立  
方少一平方多三根少二真數相加問得幾何

法以四立方與五立方相加得九立方  
多三平方與少一平方相減餘二平方

四旁——三旁——二根——一真數

五旁——一旁——三根——二真數

九旁——二旁——一真——三真數

多數大故爲多少二根與多三根相減  
餘一根多數大故爲多多五真數與少  
二真數相減餘三真數多數大故爲多  
是爲九立方多二平方多一根多三真  
數即所求之數也此四位相加而多少  
各自不同須各以所多補足所少故相  
減所餘爲所得數也如以數明之以根  
爲二則一平方爲四一立方爲八上數  
四立方得三十二多三平方得多十二

三二——二——四——五  
 四〇——四——六——二  
 七二——八——二——三

少二根得少四又多真數五是三十二  
 多十二少四又多五爲四十五下數五  
 立方得四十少一平方得少四多三根  
 得多六又少真數二是四十少四多六  
 又少二爲四十上三十二與下四十相  
 加得七十二即九立方之數上多十二  
 補足下少四仍餘八即多二平方之數  
 上少四增入下多六反多二即多一根  
 之數上多五補足下少二仍餘三即多

三真數蓋上數四十五下數四十兩數  
相加得八十五即七十二多八又多二  
又多三也

設如有一立方多三根與一平方少一根相加問得  
幾何

一平方 ○平方 —三根  
一平方 —一根  
一平方 —平方 —二根

法以一立方與一平方相加得一立方  
多一平方多三根與少一根相減餘二  
根多數大故爲多是爲一立方多一平  
方多二根即所求之數也此相加兩數



二七 〇——九

九——三

二七——九——六

位分不同須各按位列號補足位分始  
不相淆今上層無平方位而下層却有  
平方位故上層列一空平方位以補之  
凡法皆當如此也如以數明之以根爲  
三則一平方爲九一立方爲二十七上  
數一立方得二十七多三根得多九是  
二十七多九共三十六下數一平方得  
九少一根得少三是九少三爲六上二  
十七與下無可加仍得二十七即一立

二七 〇——九

九——三

二七——九——六

方之數下九與上空位亦無可加仍得  
九即一平方之數上多九補足下少三  
仍餘六即多二根之數蓋上數三十六  
下數六兩數相加得四十二即二十七  
多九又多六也

## 減法

凡多與多減原數大於減數則減餘仍爲多少與少  
減原數大於減數則減餘仍爲少若多與多減減數  
大於原數則反減而減餘即變爲少蓋減數之所多  
既大於原數之所多則原數之所多內減盡與原數  
之所多相等之數仍須於原數之整分內多減去所  
大之幾何則所餘之整分內即少幾何矣若少與少  
減減數大於原數則反減而減餘即變爲多蓋減數  
之所少既大於原數之所少則原數之所少內減盡

與原數之所少相等之數仍須於原數之整分內少減所大之幾何故所餘之整分內即多幾何矣至於多與少減少與多減則反相加爲減餘數而原數多則減餘仍爲多原數少則減餘仍爲少其故何也蓋因原數多減數少則原數已多在彼而減數又少於此是所餘益多也原數少減數多則原數已少在彼而減數又多於此是所餘益少也多少之號明而減法不清矣

設如有四平方多五根內減二平方多二根問所餘

幾何

三六——五

一八——六

一八——九

四<sup>方</sup>——五<sup>根</sup>

二<sup>方</sup>——二<sup>根</sup>

二<sup>方</sup>——三<sup>根</sup>

法以四平方減二平方餘二平方五根  
減二根餘三根是爲二平方多三根即  
所求之數也此多與多減原數大於減  
數故減餘仍爲多也如以數明之以根  
爲三則一平方爲九上數四平方得三  
十六多五根得多十五是三十六多十  
五共五十一下數二平方得十八多二  
根得多六是十八多六共二十四上三

三六——一五  
一八——六  
一八——九

十六內減下十八餘十八即二平方之數上十五內減下六餘九即三根之數蓋上數共五十一下數共二十四兩數相減餘二十七即十八多九也

設如有四立方少三平方內減三立方少二平方問所餘幾何

四旁——三旁  
三旁——二旁  
一旁——一旁

法以四立方減三立方餘一立方三平方減二平方餘一平方是爲一立方少一平方即所求之數也此少與少減原

一〇八——二七

八一——一八

二七——九

數大於減數故減餘仍爲少也如以數  
明之以平方爲九則一立方爲二十七  
上數四立方得一百零八少三平方得  
少二十七是一百零八少二十七爲八  
十一下數三立方得八十一少二平方  
得少十八是八十一少十八爲六十三  
上一百零八內減下八十一餘二十七  
即一立方之數上二十七內減下十八  
餘九即少一平方之數蓋上數八十一

下數六十三兩數相減餘十八即二十  
七少九也

設如有七平方多三根內減四平方多五根問所餘  
幾何

七平方——三根

四平方——五根

三平方——二根

法以七平方減四平方餘三平方三根  
內不能減五根乃於下數多五根內反  
減上數多三根餘二根即變爲少是爲  
三平方少二根即所求之數也此多與  
多減減數大於原數故反減而減餘即



六三———九

三六———五

二七———六

變爲少益原數多三根減數多五根是  
減數比原數大二根如於原數三根內  
減去減數三根則減數仍餘二根此二  
根必須於原數平方內減之原數既多  
減二根則餘數即少二根也如以數明  
之以根爲三則一平方爲九上數七平  
方得六十三多三根得多九是六十三  
多九共七十二下數四平方得三十六  
多五根得多十五是三十六多十五共

六三——九

三六——五

二七——六

五十一上六十三內減下三十六餘二  
十七即三平方之數下十五內反減上  
九餘六即少二根之數蓋上數共七十  
二下數共五十一兩數相減餘二十一  
即二十七少六也

設如有六平方少三根內減二平方少四根問所餘  
幾何

法以六平方減二平方餘四平方三根  
內不能減四根乃於下數少四根內反

六<sub>方</sub>——三<sub>根</sub>

二<sub>方</sub>——四<sub>根</sub>

四<sub>方</sub>——一<sub>根</sub>

減上數少三根餘一根即變爲多是爲  
四平方多一根即所求之數也此少與  
少減減數大於原數故反減而減餘即  
變爲多蓋原數少三根減數少四根是  
減數比原數大一根如於原數三根內  
減去減數三根則減數仍餘一根此一  
根係原數平方內所少減之一根原數  
既少減一根則餘數即多一根也如以  
數明之以根爲四則一平方爲十六上

九六———一二

三二———六

六四———四

數六平方得九十六少三根得少十二  
是九十六少十二爲八十四下數二平  
方得三十二少四根得少十六是三十  
二少十六爲十六上九十六內減下三  
十二餘六十四即四平方之數下十六  
反減上十二餘四即多一根之數蓋上  
數八十四下數十六兩數相減餘六十  
八即六十四多四也

設如有三平方多四根內減二平方少一根問所餘

幾何

三平方——四根

二平方——一根

一平方——五根

法以三平方減二平方餘一平方四根  
減一根應餘三根今多少兩數不同故  
反相加得五根因原數多故得數仍爲  
多是爲一平方多五根即所求之數也  
此多少兩數不同相減原數多減數少  
原數已多而減數又少則所餘者愈多  
蓋原數多四根減數少一根是原數比  
減數已多五根故減餘即爲多五根也

四八——一六

三二——四

一六——二〇

如以數明之以根爲四則一平方爲十  
六上數三平方得四十八多四根得多  
十六是四十八多十六共六十四下數  
二平方得三十二少一根得少四是三  
十二少四爲二十八上四十八內減下  
三十二餘十六即一平方之數上多十  
六加下少四得二十即多五根之數蓋  
上數六十四下數二十八兩數相減餘  
三十六即十六多二十也

設如有五平方少二根內減三平方多三根問所餘幾何

五<sub>方</sub>——二<sub>根</sub>

三<sub>方</sub>——三<sub>根</sub>

二<sub>方</sub>——五<sub>根</sub>

法以五平方減三平方餘二平方二根不能減三根且多少兩數不同故反相加得五根因原數少故得數仍爲少是爲二平方少五根即所求之數也此多少兩數不同相減原數少減數多原數已少減數又多則所餘者愈少蓋原數少二根減數多三根是原數比減數已

一二五——〇

七五——一五

五〇——二五

五<sup>平</sup>——二根

三<sup>平</sup>——三根

二<sup>平</sup>——五根

少五根故減餘即爲少五根也如以數  
明之以根爲五則一平方爲二十五上  
數五平方得一百二十五少二根得少  
十是一百二十五少十爲一百一十五  
下數三平方得七十五多三根得多十  
五是七十五多十五共九十上一百二  
十五內減下七十五餘五十即二平方  
之數上少十加下多十五得二十五即  
少五根之數蓋上數一百一十五下數



九十兩數相減餘二十五即五十少二  
十五也

設如有四立方多六平方內減二立方多三平方多  
三根問所餘幾何

四旁——六旁 ○  
二旁——三旁——三根  
二旁——三旁——三根

法以四立方減二立方餘二立方六平  
方減三平方再減三根餘三平方少三  
根是爲二立方多三平方少三根即所  
求之數也此相減兩數位分不同須各  
按位列號補足位分始不相淆今上層

四旁——六旁      。

二旁——三旁——三根

二旁——三旁——三根

無根位而下層却有根位故上層作一  
空根位以補之是原根位無數而減數  
多三根故所餘即少三根也如以數明  
之以根爲二則一平方爲四一立方爲  
八上數四立方得三十二多六平方得  
多二十四是三十二多二十四共五十  
六下數二立方得十六多三平方得多  
十二多三根得多六是十六多十二又  
多六爲三十四上三十二內減下十六

三二——二四      〇

一六——一 二——六

一六——一 二——六

餘十六即二立方之數上二十四內減  
下十二餘十二即三平方之數下六無  
可減仍爲六即少三根之數益上數五  
十六下數三十四兩數相減餘二十二  
即十六多十二又少六也

設如有五立方多四平方多三根少八真數內減四  
立方多二平方多二根少九真數問所餘幾何

法以五立方減四立方餘一立方四平  
方減二平方餘二平方多與多減原數

五旁——四旁——三根——八數

四旁——二旁——二根——九數

一旁——二旁——一——一數

大故爲多多三根減二根餘一根多與  
多減原數大故爲多八真數不能減九  
真數乃於下數少九內反減上數少八  
餘一即變爲多是爲一立方多二平方  
多一根多一真數即所求之數也如以  
數明之以根爲三則一平方爲九一立  
方爲二十七上數五立方得一百三十  
五多四平方得多三十六多三根得多  
九又少真數八是一百三十五多三十

一三五——三六——九——八

一〇八——一八——六——九

二七——八——三——

六又多九又少八爲一百七十二下數  
四立方得一百零八多二平方得多十  
八多二根得多六又少真數九是一百  
零八多十八又多六又少九爲一百二  
十三上一百三十五內減下一百零八  
餘二十七即一立方之數上三十六內  
減下十八餘十八即多二平方之數上  
九內減下六餘三即多一根之數下九  
反減上八餘一即多一真數蓋上數一

百七十二下數一百二十三兩數相減  
餘四十九即二十七多十八又多三又  
多一也

設如有二立方多三根內減一平方少一根問所餘  
幾何

二旁      ○ 旁——三根  
            一 旁——一 根  
——  
二旁—— 旁——四根

法以二立方減一平方餘二立方少一  
平方三根減一根應餘二根今多少兩  
數不同故反相加得四根因原數多故  
得數仍爲多是爲二立方少一平方多

五四 ○——九

九——三

五四——九——二

四根即所求之數也如以數明之以根  
爲三則一平方爲九一立方爲二十七  
上數二立方得五十四多三根得多九  
是五十四多九共六十三下數一平方  
得九少一根得少三是九少三爲六上  
五十四無可減仍爲五十四即二立方  
之數下九無可減仍爲九即少一平方  
之數上多九與下少三相加得十二即  
多四根之數蓋上數六十三下數六兩

數相減餘五十七即五十四少九又多

十二也



# 乘法

凡乘法各按位分上下橫列自末位起逐位遍乘與常法同其書乘出之數以類相從

如乘出之數爲根俱書於根之下乘

出之數爲平方俱書於平方之下皆依定位表例

其定多少之號則臨期互

有轉移益法實俱止一位者其乘出之數爲多不必

言矣法實不止一位俱係多者

如幾平方多幾根或幾根多幾真數又或

幾平方多幾根又多幾真數之類

其乘出之數亦俱爲多益以多乘

多則多者益多也法實兩數俱係少者其爲首一位

已係整數爲多

如幾平方少幾根或幾根少幾真數或幾平方少幾根又少幾真數之類

故乘出之數則有多少之分如爲首一位相乘係多  
與多乘其乘出之數爲多而次位爲少者與首位乘  
是爲少與多乘或首位與次位爲少者乘是爲多與  
少乘則其乘出之數俱爲少蓋少與多乘多與少乘  
則少者益少而得數固少也

如幾平方少幾根與幾  
真數相乘以真數乘平

方即爲多與多乘以真數  
乘根即爲多與少乘也

至於少與少乘其乘出之

數反變爲多

如幾立方少幾平方與幾根少幾真數  
相乘以真數乘平方即爲少與少乘也

其故何也蓋法實首位爲多次位以後爲少則乘出  
之數首位內少次位之數必多末位之數須於乘出

首位數中減去次位之數加入末位之數始與實數

相合

除首位上下兩整數相乘以後次位皆係少與少乘為多而次位對首位乘必為少與多乘或

多與少乘則此兩數俱為少合之為首位數內少次位之數而多末位之數蓋因次位所少數內有兩分末位之數首位數內減去次位之全數即如多減去末位之數倘能於次位數中先減去末位數然後再於首位數中減之始與實數相合今次位數中既不能先減去末位數故轉於首位數中減去次位數末位數也所謂減者即少數所謂加者即多數多少之分既定則依加法相加即為所得之數也

設如有三根多二真數以三真數乘之問得幾何

法以三真數乘二真數得多六真數

以多

一二——二

三

三六——六

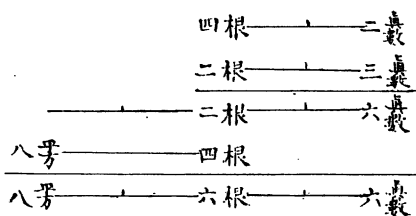
三根——二真數

三真數

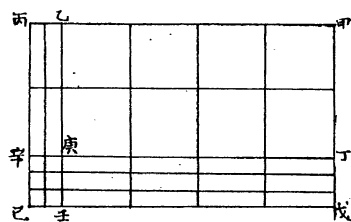
九根——六真數

與多乘故爲多也又凡以真數乘根方  
之數其位皆不變如以真數乘真數仍  
得真數以真數乘根仍得根蓋定位表  
中真數之位爲○於根方之位無所加  
也以三真數乘三根得多九根是爲九  
根多六真數即所求之數也如以數明  
之以根爲四則上數三根得十二多二  
真數共得十四以下真數三乘之所得  
三十六即九根之數所得多六即多六  
真數蓋以下數三與上數十四相乘得  
四十二即三十六多六也

設如有四根多二真數以二根多三真數乘之問得幾何



法以多三真數乘多二真數得多六真數以多三真數乘四根得多十二根又以二根乘多二真數得多四根以二根乘四根得八平方以根與根乘即得平方蓋根所對之位為一以一加一為二即平方所對之位故得數定為平方相加得八平方多一十六根又多六真數即所求之數也如圖甲乙為四根乙丙為多二



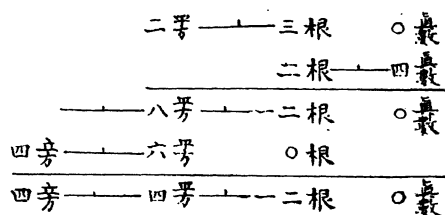
真數甲丁爲二根丁戊爲多三真數以  
甲丙四根多二真數與甲戊二根多三  
真數相乘成甲戊己丙長方形其甲丁  
庚乙長方形即八平方其乙庚辛丙與  
丁戊壬庚二長方形即所多十六根其  
庚壬己辛長方形即所多六真數也如  
以數明之以根爲四則一平方爲十六  
上數四根得十六多二真數共得十八  
下數二根得八多三真數共得十一相

$\begin{array}{r} \text{一六一一二} \\ \text{八一一三} \\ \text{一一四八一一六} \\ \text{一二八一一六} \\ \text{一二八一一六四一一六} \end{array}$

乘所得一百二十八即八平方之數所  
 得多六十四即多十六根之數所得多  
 六即多六真數蓋以下數十一與上數  
 十八相乘得一百九十八即一百二十  
 八多六十四又多六也

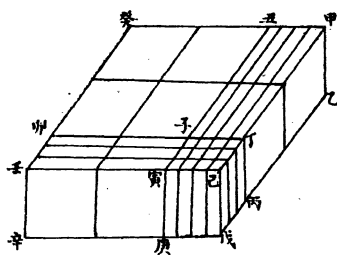
設如有二平方多三根以二根多四真數乘之問得  
 幾何

法因上層無真數位故列一空位以補  
 之以多四真數乘空真數仍爲空以多

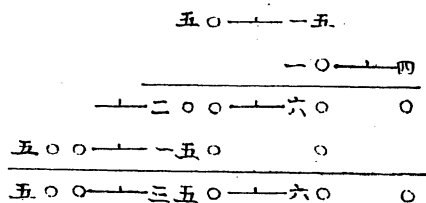


四真數乘多三根得多十二根以多四  
真數乘二平方得多八平方以二根乘  
空真數仍爲空以二根乘多三根得多  
六平方以二根乘二平方得四立方  
以根  
乘平方即得立方蓋根所對之位爲一  
平方所對之位爲二以一加二得三即  
立方所對相加得四立方多十四平方  
又多十二根即所求之數也此相乘兩  
數位分不同須各按位列號補足位分  
始不相淆凡法皆當如此如圖甲乙丙



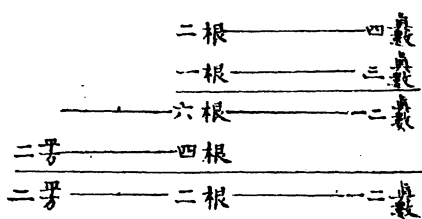


丁爲二平方丁丙戊己爲多三根庚辛  
 爲二根戊庚爲多四真數以甲乙戊己  
 二平方多三根與戊辛二根多四真數  
 相乘成乙己辛癸扁方體其丙己庚子  
 十二根即四真數乘三根之數其甲乙  
 丙丁子丑八平方即四真數乘二平方  
 之數其子寅庚辛壬卯六平方即二根  
 乘三根之數其丑子卯癸四立方即二  
 根乘二平方之數也如以數明之以根



爲五則一平方爲二十五一立方爲一  
百二十五上數二平方得五十多三根  
得多十五共得六十五下數二根得一  
十多四真數共得十四相乘所得五百  
即四立方之數所得多三百五十即多  
十四平方之數所得多六十即多十二  
根之數蓋以下數十四與上數六十五  
相乘得九百一十即五百多三百五十  
又多六十也

設如有二根少四真數以一根多三真數乘之問得幾何



法以多三真數乘少四真數得少十二

真數

多與少乘故為少

以多三真數乘二根得

多六根

凡為首位皆為多而數前無號者亦即為多今以多三真數

與多二根相乘故其得數仍為多

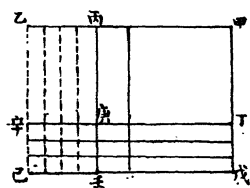
又以一根乘少四真

數得少四根

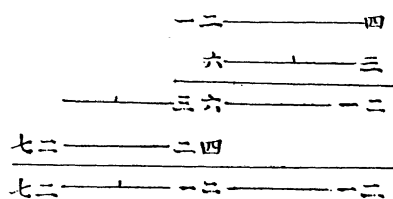
以多與少乘故為少以一根乘二根

得二平方相加得二平方多二根少十

二真數即所求之數也如圖甲乙為二



根丙乙爲少四真數甲丁爲一根丁戊  
爲多三真數以甲乙二根少四真數與  
甲戊一根多三真數相乘成甲戊己乙  
長方形其庚壬己辛長方形即多三真  
數乘少四真數之十二真數丁戊己辛  
長方形即多三真數乘二根之六根丙  
庚辛乙長方形即一根乘少四真數之  
四根甲丁辛乙長方形即一根乘二根  
之二平方合之爲甲丁辛乙二平方而



少丙庚辛乙之四根又多丁戊己辛之  
 六根而少庚壬己辛之十二真數今以  
 丁戊己辛之多六根少十二真數補丙  
 庚辛乙之少四根仍多二根而少十二  
 真數也如以數明之以根爲六則一平  
 方爲三十六上數二根得十二少四真  
 數則餘八下數一根得六多三真數共  
 得九相乘所得七十二即二平方之數  
 所得多十二即多二根之數所得少十

二即少十二真數之數蓋以下數九與  
 上數八相乘得七十二即七十二多十  
 二又少十二也

設如有一根少一真數以一根少二真數乘之問得

幾何

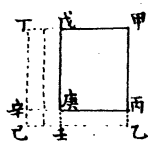
一根——最  
 一根——二  
 二根——二  
 一芳——一根  
 一芳——二根——二

法以少二真數乘少一真數得多二真

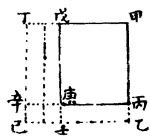
數少與少乘故為多以少二真數乘一根得少

二根一根為首且無號故為多今以少二真數與多一根相乘故其得數

亦為也又以一根乘少一真數得少一根



多與少乘 以一根乘一根得一平方相  
 故為少 加得一平方少三根多二真數即所求  
 之數也如圖甲乙為一根丙乙為少一  
 真數甲丁亦為一根戊丁為少二真數  
 以甲乙一根少一真數與甲丁一根少  
 二真數相乘成甲乙己丁正方形其庚  
 壬己辛小長方形即少二真數乘少一  
 真數之二真數其戊壬己丁即二真數  
 乘一根之二根其丙乙己辛即一根乘



少一真數之一根其甲乙己丁爲一根  
乘一根之一平方合之爲甲乙己丁一  
平方而少丙乙己辛之一根又少戊壬  
己丁之二根而多庚壬己辛之二真數  
實得甲丙庚戊之一長方形蓋甲乙己  
丁之一正方內減戊壬己丁之二根又  
減丙乙己辛之一根是重減去庚壬己  
辛之二真數則甲丙庚戊長方內必缺  
二真數故將少二真數乘少一真數所



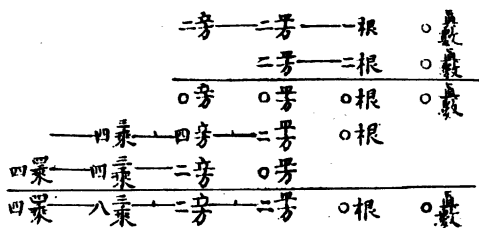
$$\begin{array}{r}
 \text{六} \text{——} \text{一} \\
 \text{六} \text{——} \text{二} \\
 \text{——} \text{——} \text{二} \text{——} \text{二} \\
 \text{三六} \text{——} \text{六} \\
 \text{三六} \text{——} \text{八} \text{——} \text{二}
 \end{array}$$

得之二真數即預定爲多號以補重減  
 之分然後得甲丙庚戌之一長方爲所  
 得之實數也是則少與少乘之爲多者  
 非於整數之外有盈分而爲多實因所  
 少之數有過分而爲多也如以數明之  
 以根爲六則一平方爲三十六上數一  
 根爲六少一真數則餘五下數一根爲  
 六少二真數則餘四相乘所得三十六  
 即一平方之數所得少十八即少三根

之數所得多二即多二真數之數蓋以  
下數四與上數五相乘得二十即三十  
六少十八多二也

設如有二立方少二平方少一根以二平方少二根  
乘之問得幾何

法因上下兩層皆無真數位故各列一  
空位以補之以空真數乘上層各位仍  
得各空位以少二根乘空真數仍得空  
根以少二根乘少一根得多二平方以



少二根乘少二平方得多四立方以少  
 二根乘二立方得少四三乘方又以二  
 平方乘空真數仍得空平方以二平方  
 乘少一根得少二立方以二平方乘少  
 二平方得少四三乘方以二平方乘二  
 立方得四四乘方相加共得四四乘方  
 少八三乘方多二立方又多二平方即  
 所求之數也如以數明之以根爲三則  
 一平方爲九一立方爲二十七一三乘

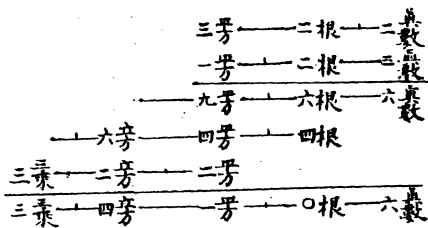
五四——一八——五  
——一八——六  
——三二四——一〇八——八  
九七二——三二四——五四  
九七二——六四八——五四——一八

方爲八十一一四乘方爲二百四十三  
上數二立方得五十四少二平方得少  
十八少一根得少三是五十四少十八  
又少三爲三十三下數二平方得十八  
少二根得少六是十八少六爲十二相  
乘所得九百七十二即四四乘方之數  
所得少六百四十八即少八三乘方之  
數所得多五十四即多二立方之數所  
得多十八即多二平方之數蓋以下數

十二與上數三十三相乘得三百九十  
六即九百七十二內少六百四十八又  
多五十四復多十八也

設如有三平方少二根多二真數與一平方多二根  
少三真數相乘問得幾何

法以少三真數乘多二真數得少六真  
數以少三真數乘少二根得多六根以  
少三真數乘三平方得少九平方又以  
多二根乘多二真數得多四根以多二



根乘少二根得少四平方以多二根乘  
三平方得多六立方又以一平方乘多  
二真數得多二平方以一平方乘少二  
根得少二立方以一平方乘三平方得  
三三平方相加得三三平方多四立方  
少十一平方多十根少六真數即所求  
之數也如以數明之以根為四則一平  
方為十六一立方為六十四一三平方  
為二百五十六上數三平方得四十八

四八——八——二  
 一六——八——三  
 ——四四——二四——六  
 ——三八四——六四——一六  
 七六八——二八——三二  
 七六八——二五六——一七六——四〇——六

少二根得少八多二真數共得四十二  
 下數一平方得十六多二根得多八少  
 三真數共得二十一相乘所得七百六  
 十八即三三乘方之數所得多二百五  
 十六即多四立方之數所得少一百七  
 十六即少十一平方之數所得多四十  
 即多十根之數所得少六即少六真數  
 之數蓋以下數二十一與上數四十二  
 相乘得八百八十二即七百六十八多

二百五十六又少一百七十六仍多四  
十復少六也



# 除法

凡除法按位列數必以真數為單位法尾未至真數

者須補○以存其位

如法尾為根則補一○以存真數位法尾為平方則補二○以

存真數位法尾為立方則補三○以存真數位將得數首位紀於真數之上

如真數之位為○者則紀於○位之上真數所對實中之位即得數首

位之數

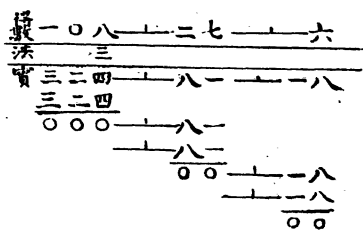
如真數對實中根位即定得數首位為根如真數對實中平方位即定得數首位為平方

如真數對實中立方位即定其歸除遞減皆與常法得數首位為立方餘俱倣此

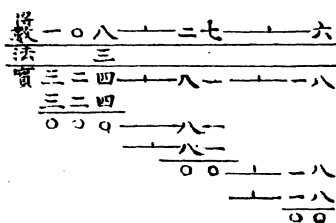
同至於定號亦與乘法同俱詳設如於左

設如有十二立方多九平方多六根以三真數除之





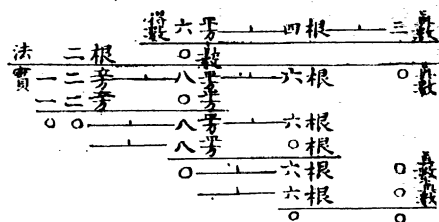
平方多二根即所求之數也此法蓋因  
 真數除立方多平方與多根故得數之  
 位仍從實數之位且真數之位下對實  
 中立方之位故定得數首位亦為立方  
 又因實數皆為多故得數亦皆為多也  
 如以數明之以根為三則一平方為九  
 一立方為二十七實數十二立方得三  
 百二十四多九平方得多八十一多六  
 根得多十八是三百二十四多八十一



又多十八共為四百二十三以真數三  
 除之所得一百零八即四立方之數所  
 得多二十七即多三平方之數所得多  
 六即多二根之數蓋以四百二十三以  
 三除之得一百四十一即一百零八多  
 二十七又多六也

設如有十二立方多八平方多六根以二根除之問  
 得幾何

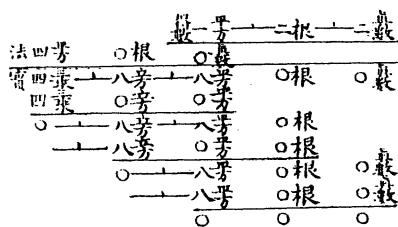
法因法尾未至真數位故設一空真數



位以補之以二根除十二立方得六平  
 方以六平方乘二根得十二立方與實  
 相減恰盡餘多八平方多六根復以二  
 根除多八平方得多四根以多四根乘  
 二根得多八平方與實相減恰盡餘多  
 六根復以二根除多六根得多三真數  
 以多三真數乘二根得多六根與實相  
 減恰盡無餘是爲六平方多四根多三  
 真數即所求之數也此法蓋因根數除







減恰盡餘多八立方多八平方復以四平方除多八立方得多二根以多二根乘四平方得多八立方與實相減恰盡餘多八平方又以四平方除多八平方得多二真數以多二真數乘四平方得多八平方與實相減恰盡無餘是爲一平方多二根又多二真數即所求之數也此法蓋因平方除三乘方多立方與多平方故平方除三乘方得平方平方



		九		一六		一二			
法		三六							
實	三	二	四	一	二	六	一	七	二
	三	二	四			〇		〇	
	〇	〇	〇	一	二	六	一	七	二
				一	二	六		〇	
				〇	〇	〇	一	七	二
							一	七	二
							〇	〇	〇

除多立方得多根平方除多平方得多  
 真數且真數之位下對實中平方之位  
 故定得數首位亦為平方又因實數皆  
 為多故得數亦皆為多也如以數明之  
 以根為三則一平方為九一立方為二  
 十七一三乘方為八十一實數四三乘  
 方得三百二十四多八立方得多二百  
 一十六多八平方得多七十二是三百  
 二十四多二百一十六又多七十二共

爲六百一十二法數四平方爲三十六  
除之所得之九即一平方之數所得多  
六即多二根之數所得多二即多二真  
數之數蓋六百一十二以三十六除之  
得十七即九多六又多二也

設如有四立方多八平方多七根多二真數以二平  
方多三根多二真數除之問得幾何

法以二平方多三根多二真數除四立  
方多八平方多七根得二根以二根乘



多二真數得多四根以二根乘多三根  
 得多六平方以二根乘二平方得四立  
 方與實相減餘多二平方多三根多二  
 真數復以二平方多三根多二真數除  
 二平方多三根多二真數得多一真數  
 以多一真數乘多二真數得多二真數  
 以多一真數乘多三根得多三根以多  
 一真數乘二平方得多二平方與實相  
 減恰盡無餘是爲二根多一真數即所

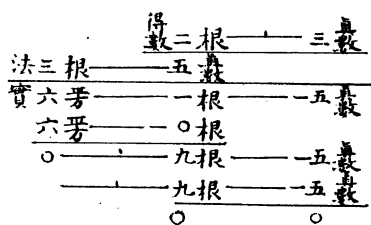
法	二	平	一	三	根	一	二	數	一	二	數
實	四	旁	一	八	旁	一	七	根	一	二	數
	四	旁	一	六	旁	一	四	根	一	二	數
	〇		一	二	旁	一	三	根	一	二	數
			一		旁	一	三	根	一	二	數
				〇			〇			〇	

求之數也此法蓋因平方多根多真數除立方多平方多根多真數故以平方除立方得根以平方除多平方得多真數且真數之位下對實中根位故定得數首位為根又因實數皆為多故得數亦皆為多也如以數明之以根為三則一平方為九一立方為二十七實數四立方得一百零八多八平方得多七十二多七根得多二十一多二真數即多

法 一八——九——二  
實 一〇八——七二——二  
一〇八——五四——二  
〇〇〇——八——九——二  
——八——九——二  
〇〇 〇 〇

二是爲一百零八多七十二又多二十  
 一又多二共爲二百零三法數二平方  
 得十八多三根得多九多二真數即多  
 二是爲十八多九又多二共爲二十九  
 除之所得之六即二根之數所得多一  
 即多一真數蓋二百零三以二十九除  
 之得七即六多一也

設如有六平方少一根少十五真數以三根少五真數除之問得幾何



法以三根少五真數除六平方少一根  
得二根以二根乘少五真數得少十根  
以二根乘三根得六平方與實相減平  
方恰盡根之減數大於原數轉減之餘  
多九根少十五真數復以三根少五真  
數除多九根少十五真數得多三真數  
減餘之九根為多故除以多三真數與  
得之三真數亦為多也  
少五真數相乘得少十五真數以多三  
真數與三根相乘得多九根與實相減

	得數	一	〇	—	三
法	—	一	五	—	五
實	—	一	五	〇	—
	—	一	五	〇	—
	—	〇	〇	〇	—
	—	四	五	—	一
	—	四	五	—	一
	—	〇	〇	—	〇
	—	〇	〇	—	〇

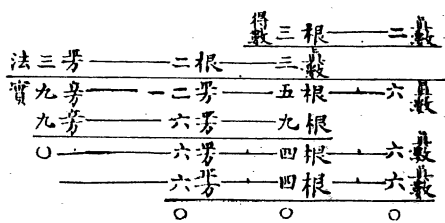
恰盡無餘是爲二根多三真數即所求  
 之數也此法蓋因根少真數除平方少  
 根少真數故以根除平方得根以根除  
 多根根原爲少而減得多真數且真數  
 之位下對實中根位故定得數首位爲  
 根又因實數原爲少而次位餘實之數  
 變爲多故定得數次位爲多也如以數  
 明之以根爲五則一平方爲二十五實  
 數六平方得一百五十少一根得少五

算數一〇——三  
法 一五——五  
實 一五〇——五——五  
一五〇——五〇  
〇〇〇——四五——五  
——四五——五  
〇〇 〇〇

少十五真數即少十五是爲一百五十  
少五又少十五共爲一百三十法數三  
根得十五少五真數即少五是爲十五  
少五共爲一十除之所得之一十即二  
根之數所得之多三即多三真數之數  
蓋一百三十以十除之得十三即十多  
三也

設如有九立方少十二平方少五根多六真數以三  
平方少二根少三真數除之間得幾何





法以三平方少二根少三真數除九立  
 方少十二平方少五根得三根以三根  
 乘少三真數得少九根以三根乘少二  
 根得少六平方以三根乘三平方得九  
 立方與實相減立方恰盡原少十二平  
 方減少六平方餘少六平方原少五根  
 不能減九根轉減之餘多四根又多六  
 真數復以三平方少二根少三真數除  
 少六平方多四根多六真數得少二真



法	一四七	一四	三	二	二
實	三〇八七	五八八	三五	六	六
	三〇八七	二九四	六三		
	〇〇〇〇	二九四	二八	六	六
		二九四	二八	六	六
		〇〇〇	〇〇	〇	〇

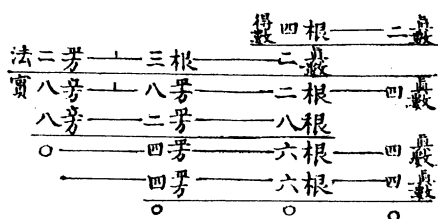
有多不同而次位餘實之首數爲少故  
 定得數次位爲少也如以數明之以根  
 爲七則一平方爲四十九一立方爲三  
 百四十三實數九立方得三千零八  
 十  
 七少十二平方得少五百八十八少五  
 根得少三十五多六真數即多六是爲  
 三千零八十七少五百八十八又少三  
 十五仍多六共爲二千四百七十法數  
 三平方得一百四十七少二根得少十

得數 二——二  
法 一四七——四——三  
實 三〇八七——五八八——三五——六  
三〇八七——二九四——六三  
〇〇〇〇——二九四——二八——六  
——二九四——二八——六  
〇〇〇 〇〇 〇

四少三真數即少三是爲一百四十七  
少十四又少三共爲一百三十除之所  
得之二十一即三根之數所得之少二  
即少二真數之數蓋二千四百七十以  
一百三十除之得十九即二十一少二  
也

設如有八立方多八平方多二根少四真數以二平  
方多三根多二真數除之間得幾何

法以二平方多三根多二真數除八立



方多八平方多二根得四根以四根乘  
 多二真數得多八根以四根乘多三根  
 得多十二平方以四根乘二平方得八  
 立方與實相減立方恰盡平方與根之  
 減數俱大於原數故皆轉減之餘少四  
 平方少六根又少四真數復以二平方  
 多三根多二真數除少四平方少六根  
 少四真數得少二真數以少二真數乘  
 多二真數得少四真數以少二真數乘

法	二	芳	三	根	二	根	二	真
實	八	芳	八	芳	二	根	四	真
	八	芳	二	芳	八	根	四	真
	〇		四	芳	六	根	四	真
			四	芳	六	根	四	真
			〇		〇		〇	

多三根得少六根以少二真數乘二平方得少四平方與實相減恰盡無餘是爲四根少二真數即所求之數也此法蓋因平方多根多真數除立方多平方多根與少真數故以平方除立方得根以平方除少平方平方原爲多而減餘數變爲少得少真數且真數之位下對實中根位故定得數首位爲根又實數之號雖有多有少不同而次位餘實皆變爲少故定得



真數之數蓋二百九十以二十九除之  
得十即十二少二也

設如有四三乘方少二立方少四平方多五根少二  
真數以二平方少二根多一真數除之問得幾何

法以二平方少二根多一真數除四三  
乘方少二立方少四平方得二平方以二  
二平方乘多一真數得多二平方以二  
平方乘少二根得少四立方以二平方  
乘二平方得四三乘方與實相減三乘



法寶

芳叢叢

—二—  
—二—  
—四—  
—二—  
—二—  
—〇—

製

芳芳芳芳芳芳

一  
五  
五  
一  
四  
四  
〇

根  
根  
根  
根  
根

$$\frac{11}{11} = 1$$

穀

真教報

轉減之餘多二立方原少四平方減多

二平方故相加爲少六平方仍多五根

復以二平方少二根多一真數除多二

立方少六平方多五根得多一根以多

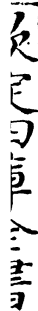
一根乘多一真數得多一根以多一根

乘少二根得少二平方以多一根乘二

平方得多二立方與實相減立方恰盡

原少六平方減少二平方餘少四平方





御製數理精蘊下編



又多一共爲六十一除之所得七十二  
即二平方之數所得多六即多一根之  
數所得少二即少二真數之數蓋四千  
六百三十六以六十一除之得七十六  
即七十二多六少二也

御製數理精蘊下編卷三十一